

Mintázatok a biológiában

- **Térbeli és időbeli mintázatok:**

- Embriogenezis
- Fajok, populációk élőhelyei
- Populációk időbeli változása
- Szívritmus
- Idegi tevékenységek

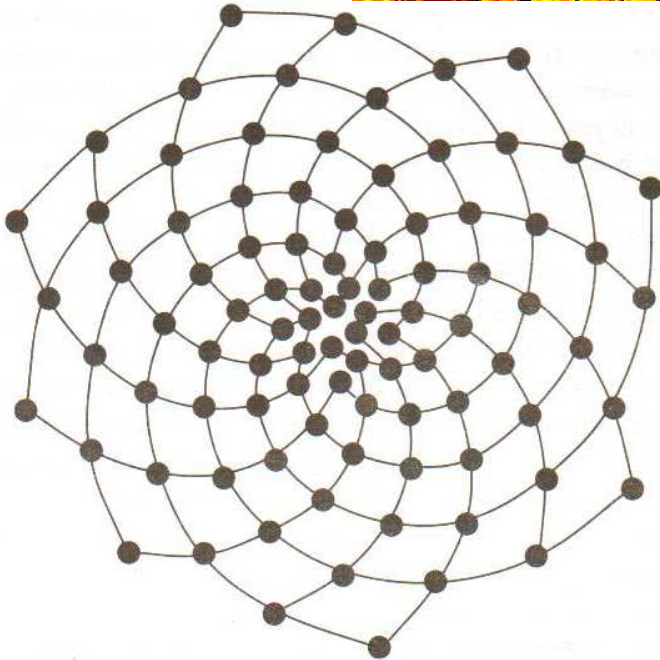
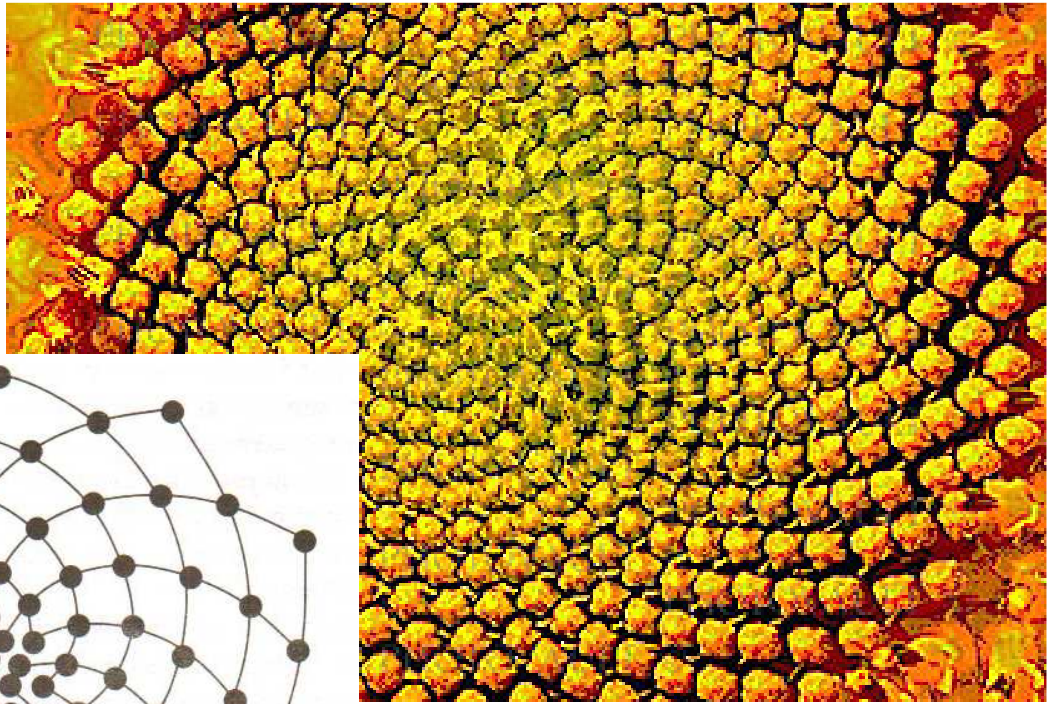
- **Kis és nagy léptékű mintázatok:**

- Sejten belüli eloszlások
- Organizmuson belüli eloszlások
- Populációkon belüli eloszlások
- Ökoszisztémákon belüli eloszlások

- **Háttér: kölcsönhatások!**

- Molekuláris kölcsönhatások
- Sejtek, szövetek közötti kölcsönhatások
- Egyedek közötti kölcsönhatások
- Fajok (populációk) közötti kölcsönhatások
- Élőlényközösségek közötti kölcsönhatások

A napraforgó tányérja



„Spirálkarok” egyik, illetve másik irányban
(a rajzon 8 és 13)

A legszorosabb (nem berajzolt) spirál mentén
137, 5°-onként vannak a pontok/magok

$137,5^\circ$ = aranymetszési szög

A 8 és 13 egymás utáni Fibonacci-számok

Az egymás utáni Fibonacci-számok aránya tart az
ún. aranymetszési számhoz:

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Ez a „legirracionalisabb” szám
a $137,5^\circ$ neki felel meg ($360^\circ \cdot \varphi$)

Rókák és nyulak: Lotka-Volterra modell

$$\frac{dN}{dt} = nN - zRN$$
$$\frac{dR}{dt} = rNR - hR$$

N : nyulak száma

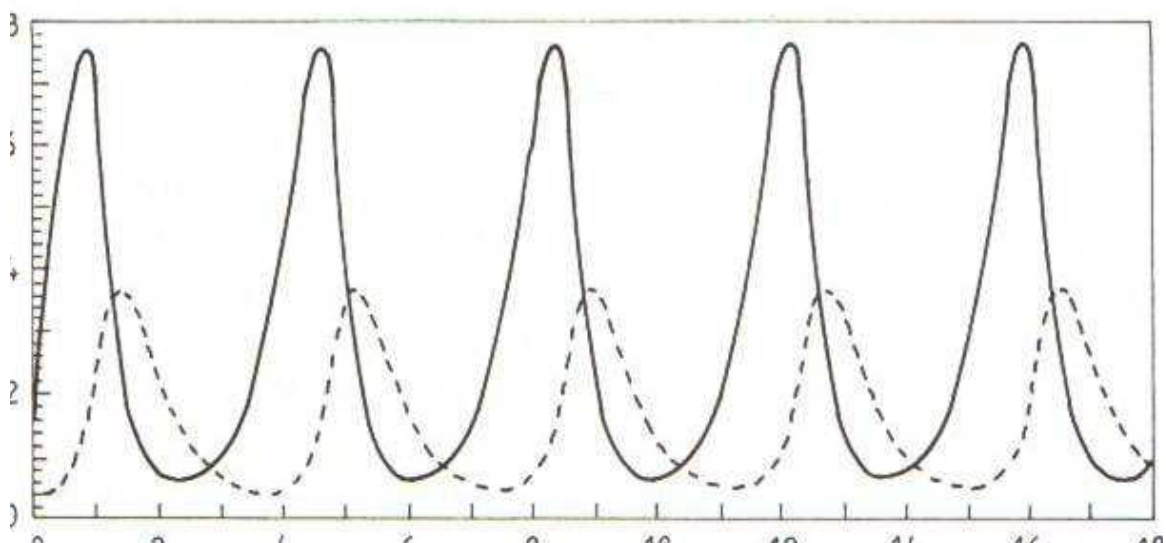
R : rókák száma

n : nyulak szaporodási üteme

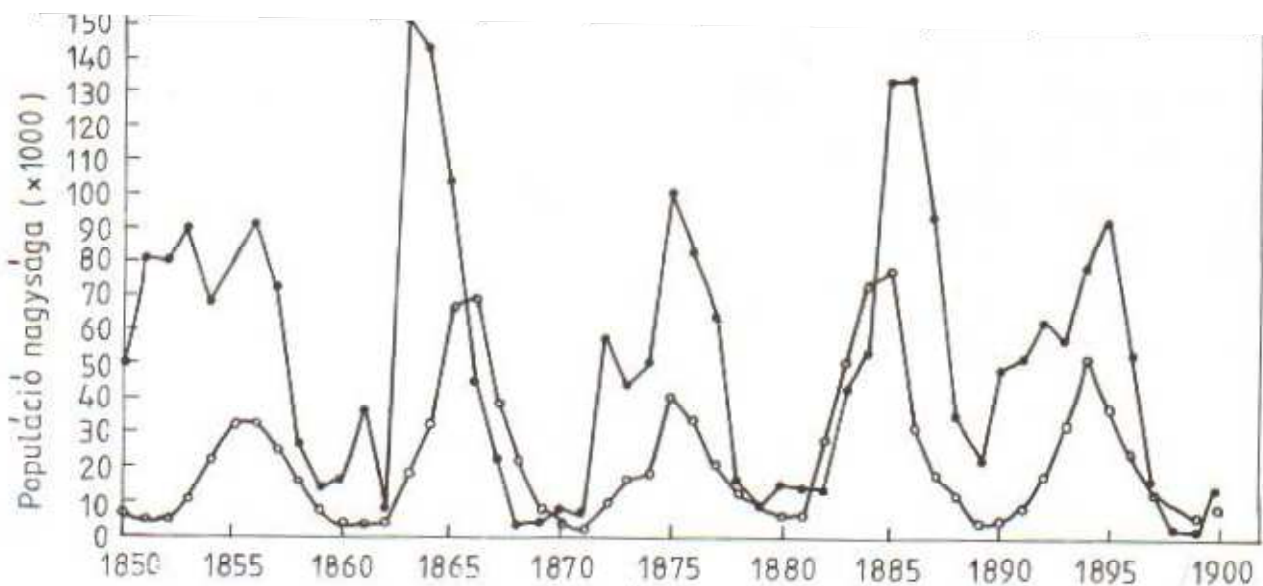
r : rókák szaporodása

megevett nyúlonként

h : rókák halálozási üteme



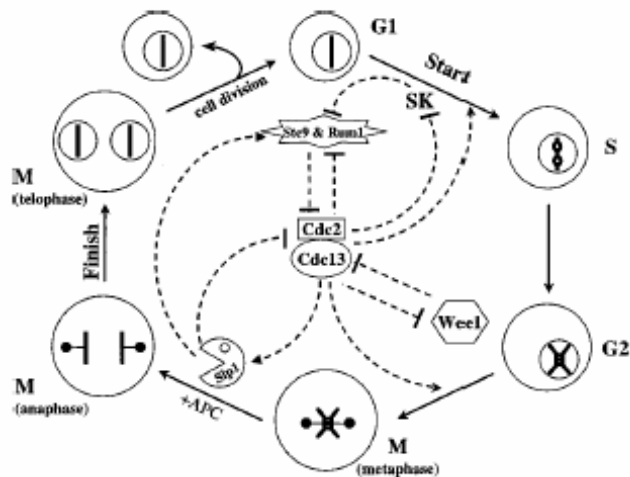
egy számítógépes megoldás



valós adatok: hiúzok és nyulak Kanadában

Kitekintés: molekuláris szabályozó folyamatok

A sejtciklus matematikai modellezése



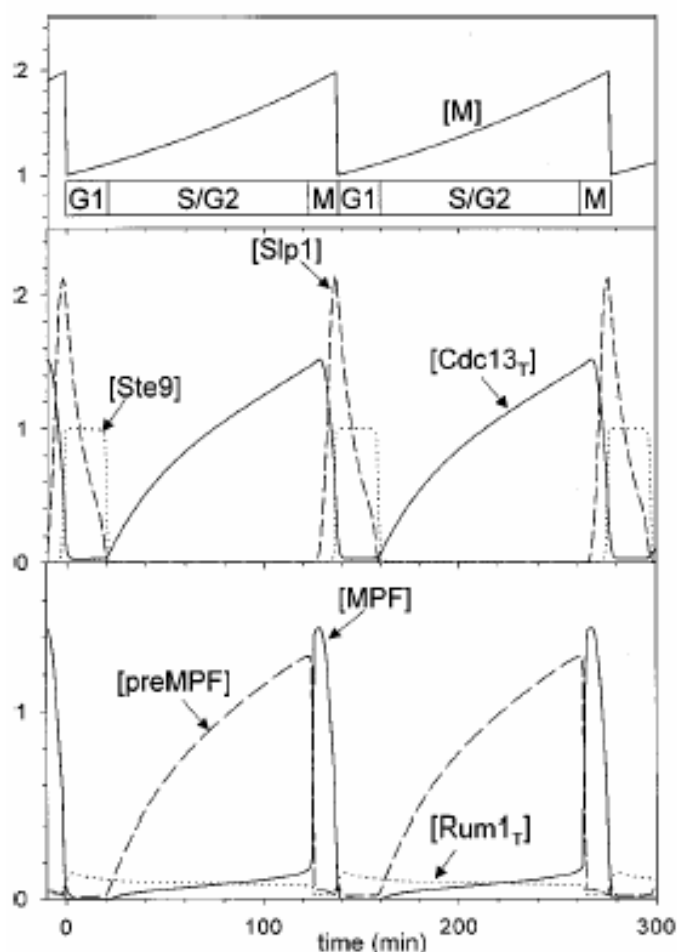
$$\frac{d[\text{Cdc13}_T]}{dt} = k_1 M - (k'_2 + k''_2 [\text{Ste9}] + k'''_2 [\text{Slp1}]) [\text{Cdc13}_T], \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{preMPF}]}{dt} = k_{\text{wee}} ([\text{Cdc13}_T] - [\text{preMPF}]) - k_{25} [\text{preMPF}] - (k'_2 + k''_2 [\text{Ste9}] + k'''_2 [\text{Slp1}]) [\text{preMPF}], \quad (2)$$

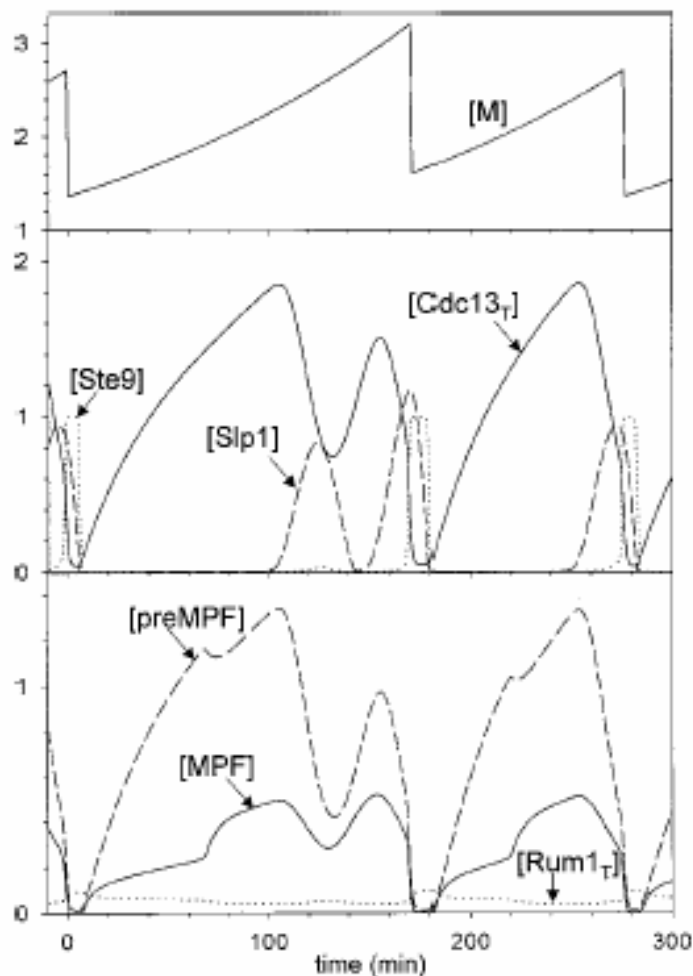
$$\frac{d[\text{Ste9}]}{dt} = (k'_3 + k''_3 [\text{Slp1}]) \frac{1 - [\text{Ste9}]}{J_3 + 1 - [\text{Ste9}]} - (k'_4 [\text{SK}] + k_4 [\text{MPF}]) \frac{[\text{Ste9}]}{J_4 + [\text{Ste9}]}, \quad (3)$$

$$\frac{d[\text{Slp1}_T]}{dt} = k'_5 + k''_5 \frac{[\text{MPF}]^4}{J_5 + [\text{MPF}]^4} - k_6 [\text{Slp1}_T], \quad (4)$$

(Összesen 12 egyenlet)



Egészséges ciklusok

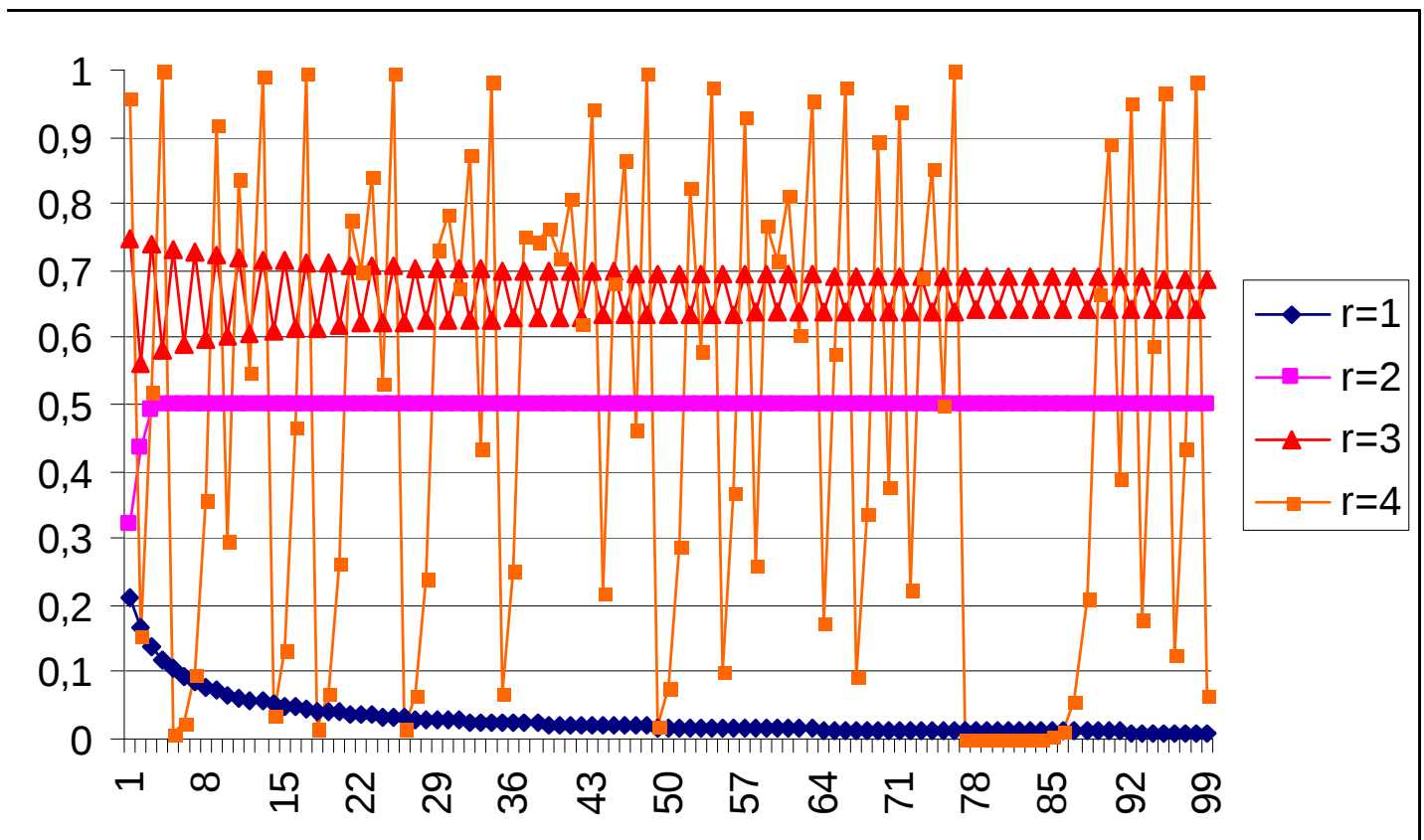


Egy dupla mutáns ciklusai

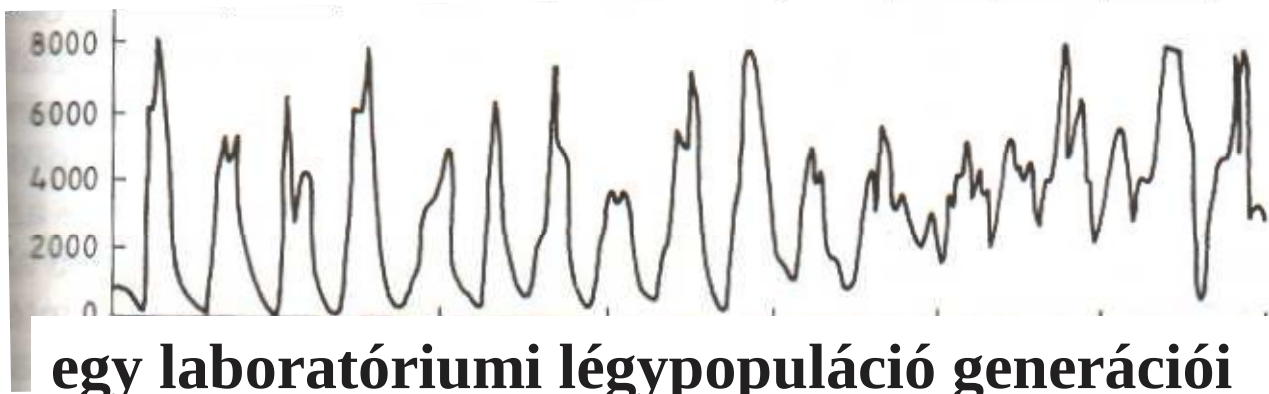
Egy populáció egyedszámának egyszerű modellezése (még ragadozó sem kell!)

$$x_n = rx_{n-1}(1 - x_{n-1})$$

- A következő évi egyedszám mindig csak az előző évitől függ



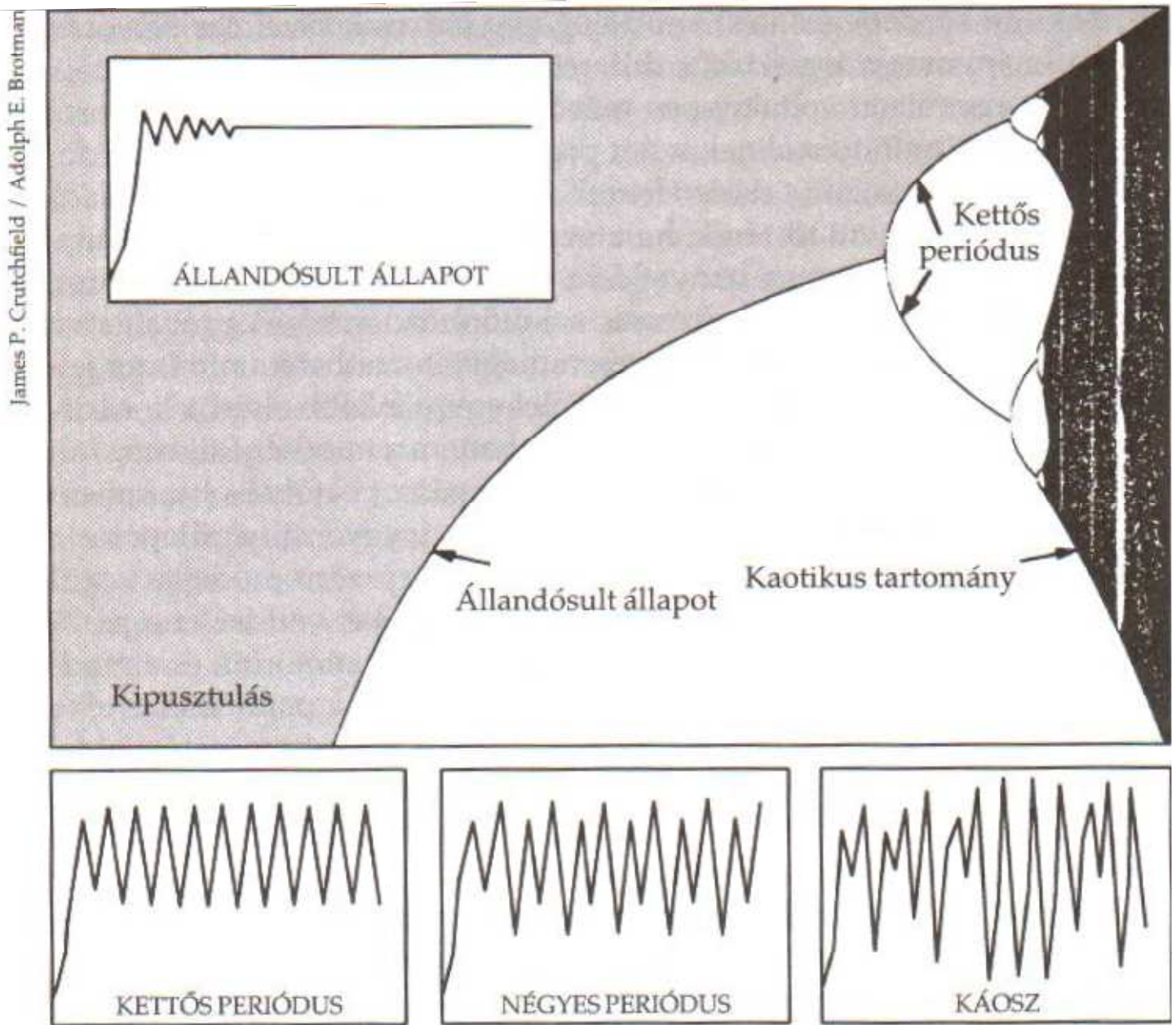
- Az r paraméter változtatásának hatása
 - $r = 1 \rightarrow$ kihalás
 - $r = 2 \rightarrow$ stabil populációméret
 - $r = 3 \rightarrow$ stabil ingadozás 2 érték között
 - $r = 4 \rightarrow$ kaotikus viselkedés



egy laboratóriumi légy populáció generációi

Az egyenlet viselkedése r függvényében

$$x_n = rx_{n-1}(1 - x_{n-1})$$



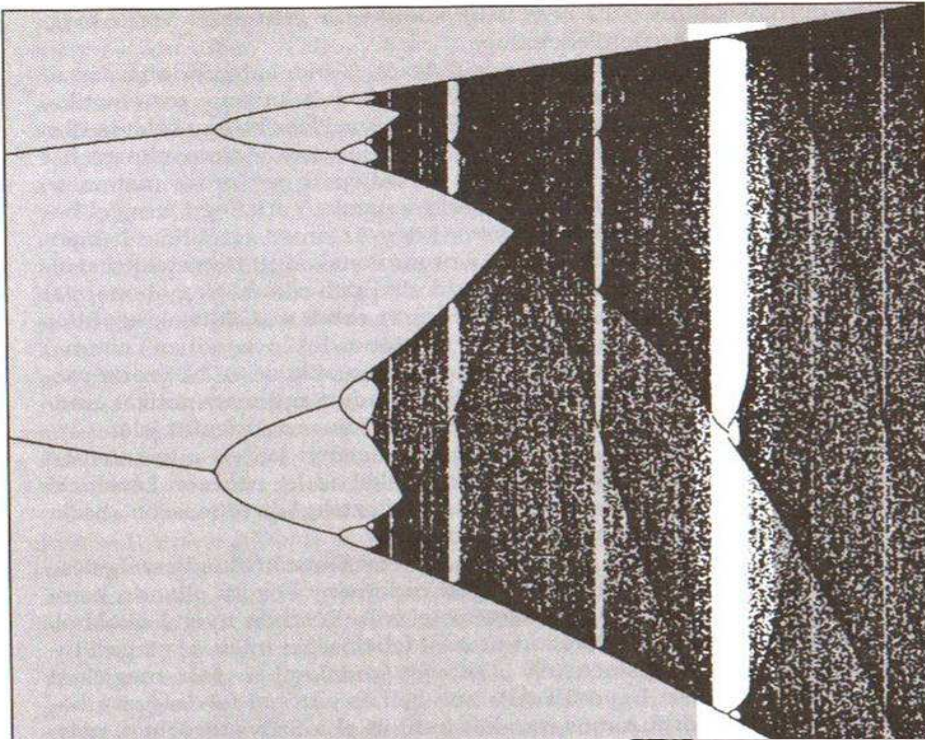
- Az r paraméter változtatásának hatása

- $r = 1$ *kihalás*
- $r = 2$ *stabil populációméret*
- $r = 3$ *stabil ingadozás 2 érték között*
- $r = 4$ *kaotikus viselkedés*

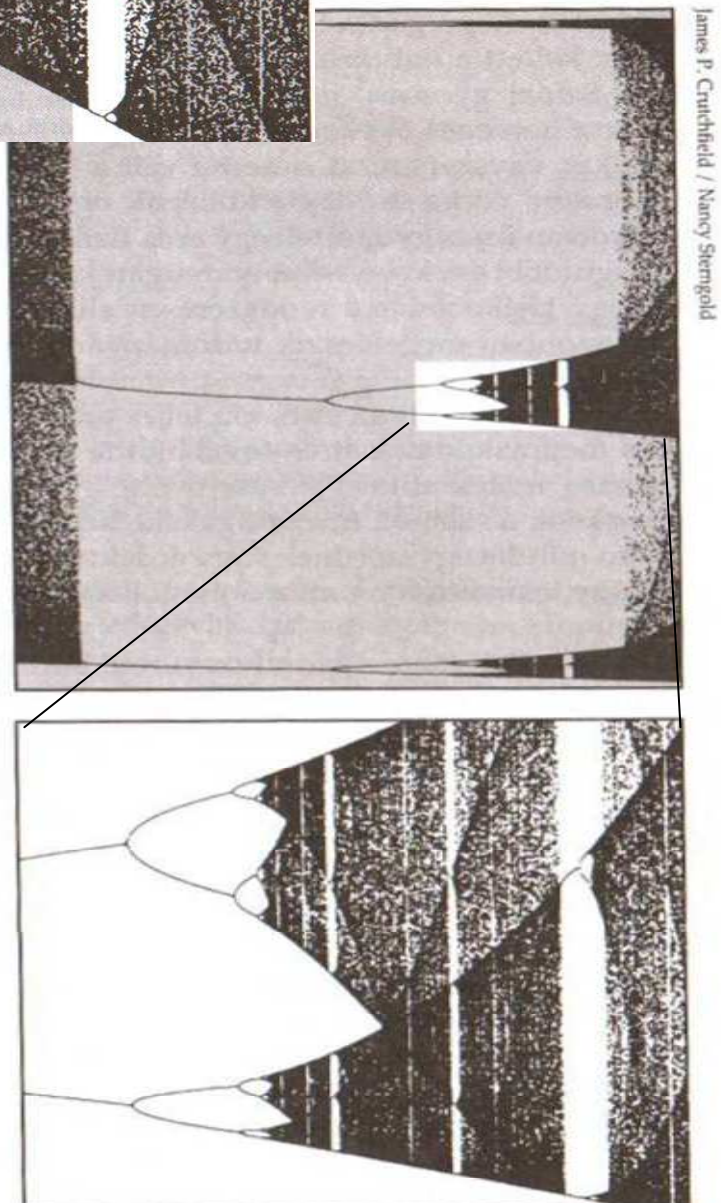
Hirtelen felbukkanó rend és önhasonlóság

$$x_n = rx_{n-1}(1 - x_{n-1})$$

r növelésével egyszer csak eltűnik a káosz, és megjelenik egy hármas periódusú ablak, majd ismét kettőződés következnek be



Bármely egydimenziós rendszerre igaz, hogy ha hármas periódusú ingadozása lehet, akkor bármilyen periódusú is lehet!



Fraktálok

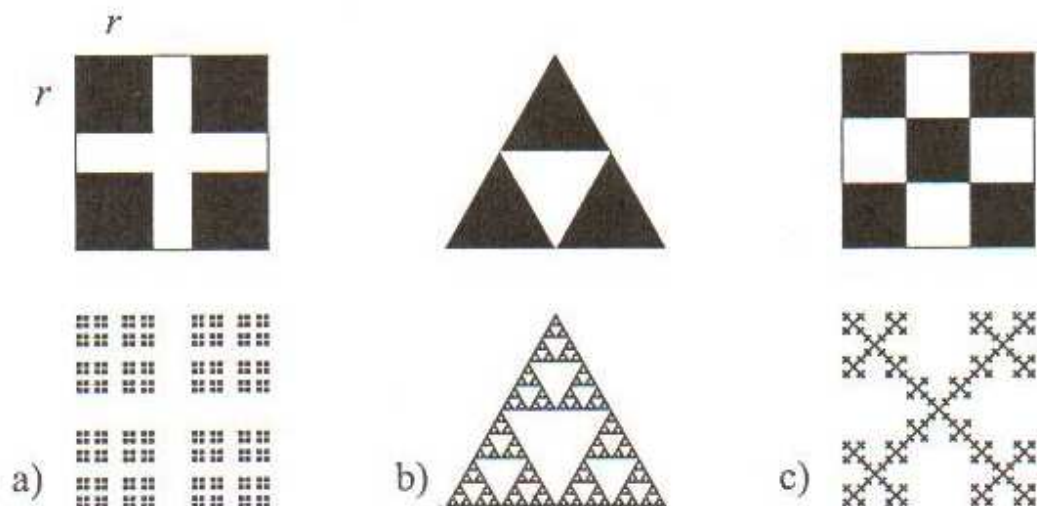
- Önhasonló mintázatok
- Kerületük / felületük nem definiált
- Kerületük / felületük nő a felbontással
- Kis részleteik tagoltak
- A fraktáldimenzió:

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_0} \quad \text{ha} \quad \varepsilon \ll 1$$

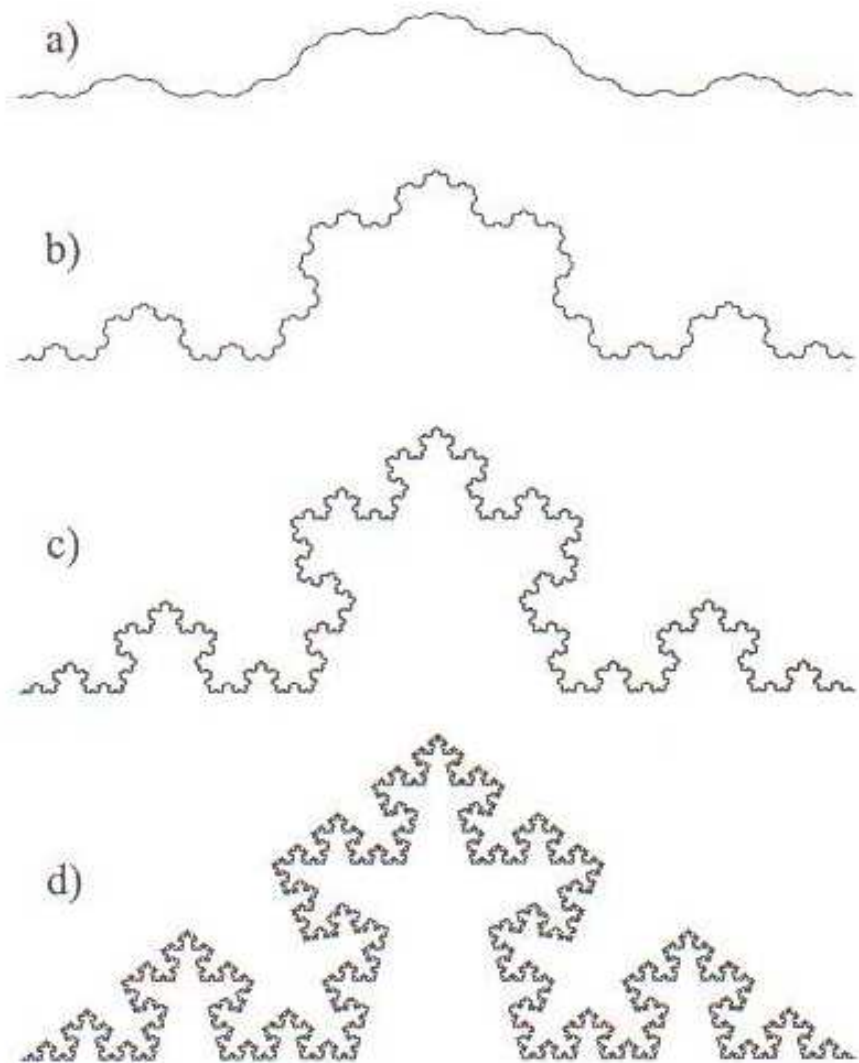
$$D_0 = \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln 1/\varepsilon} \quad \text{ha} \quad \varepsilon \ll 1$$

Ahol $N(\varepsilon)$ az alakzat ε lineáris méretű kockákkal (négyzetekkel, szakaszokkal) való lefedéséhez szükséges kockák *minimális* száma
 ε dimenzió nélküli szám, az alakzat méretéhez viszonyított érték

D_0 hagyományos alakzatokra megegyezik a bennfoglaló tér (sík, egyenes) dimenziójával, fraktálok esetében általában *kisebb*.

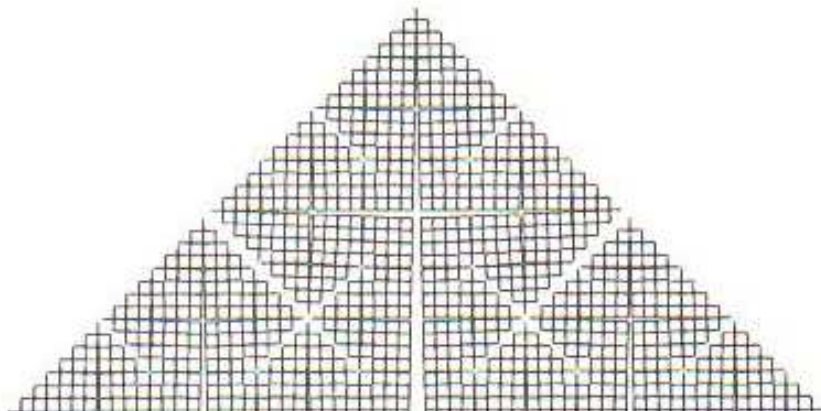


Fraktálok: a Koch-görbe

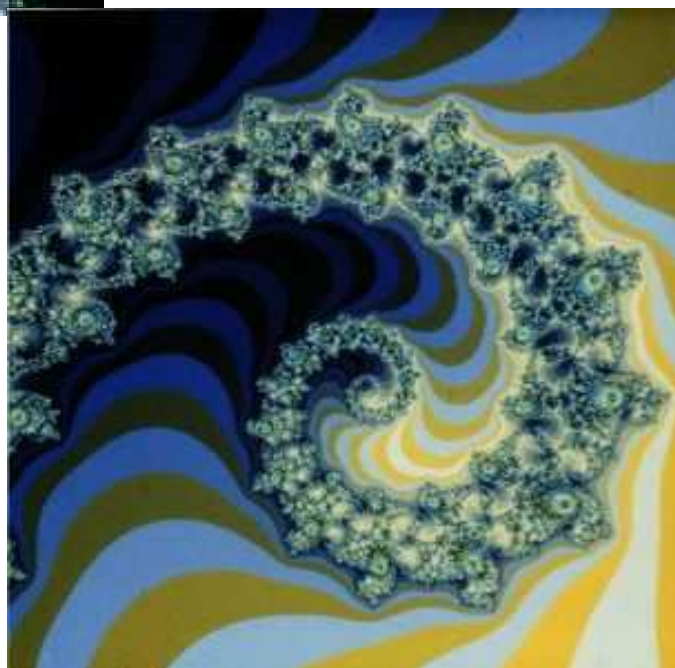
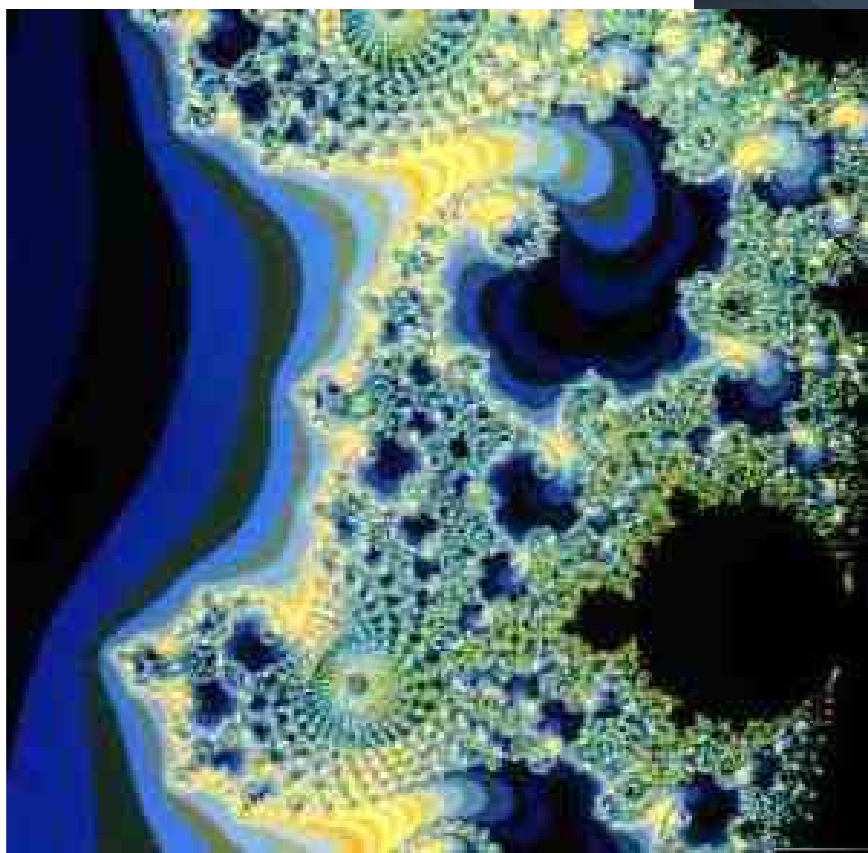
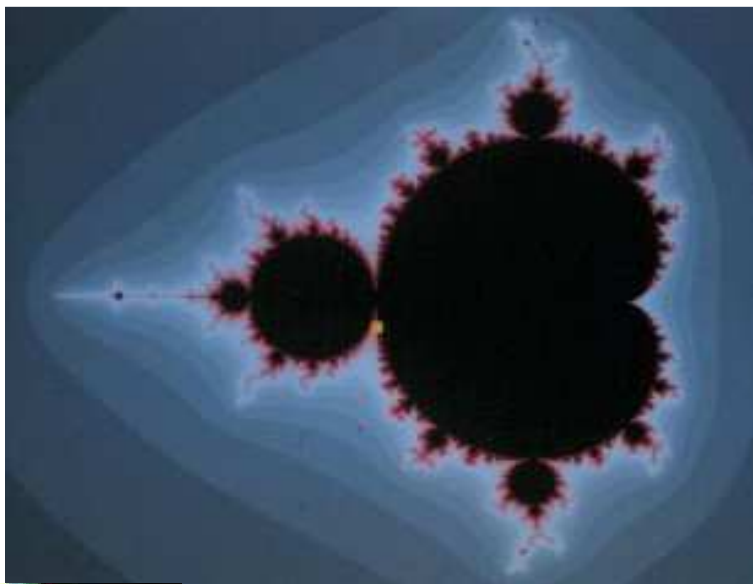


Különböző r paraméterrel készült Koch-görbék

$$(1/4 < r < 1/2)$$



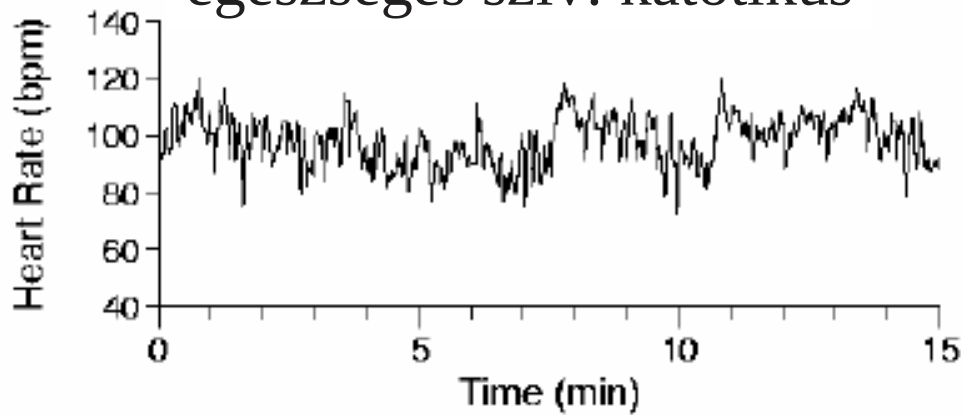
A Mandelbrot-halmaz



Az emberi szívritmus

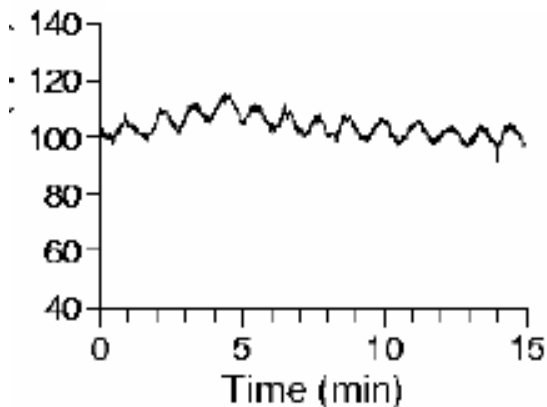
A szívritmus időfüggése egészséges emberben kaotikus mintázatot mutat: a percenkénti ütésszámban bekövetkező változások igen összetettek

egészséges szív: kaotikus

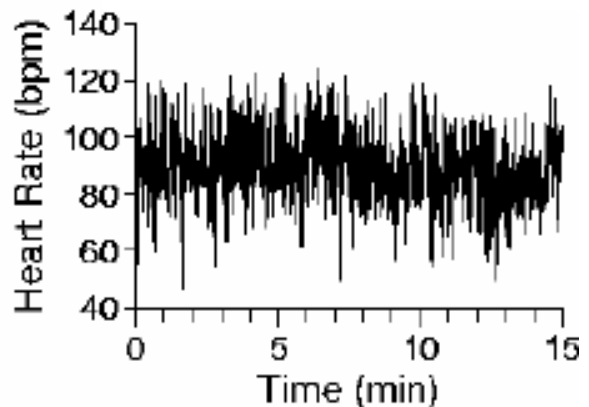


kóros
elváltozás

monoton ritmus

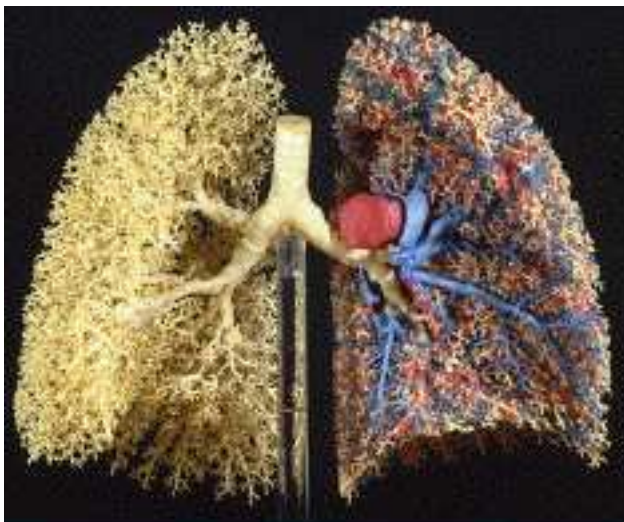


véletlenszerű ritmus

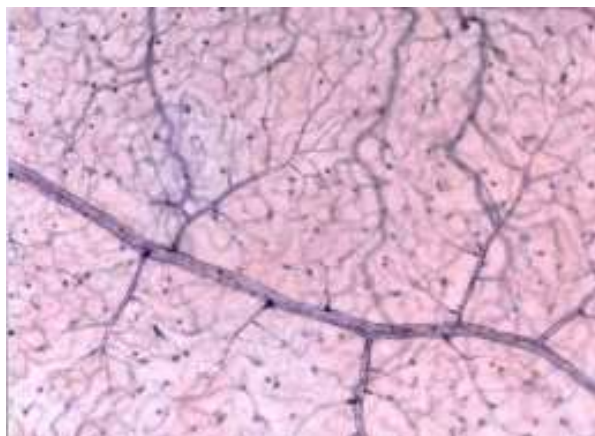


Fraktálok és káosz az emberi szervezetben

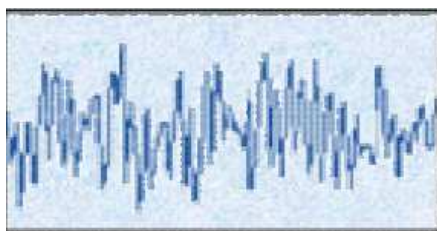
tüdő



érhálózat



agyhullámok



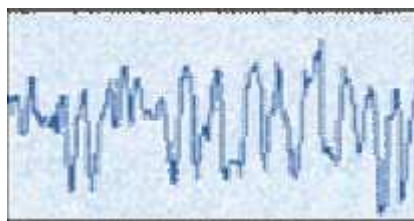
α :
8-12 Hz



β :
> 12 Hz



δ :
1-3 Hz

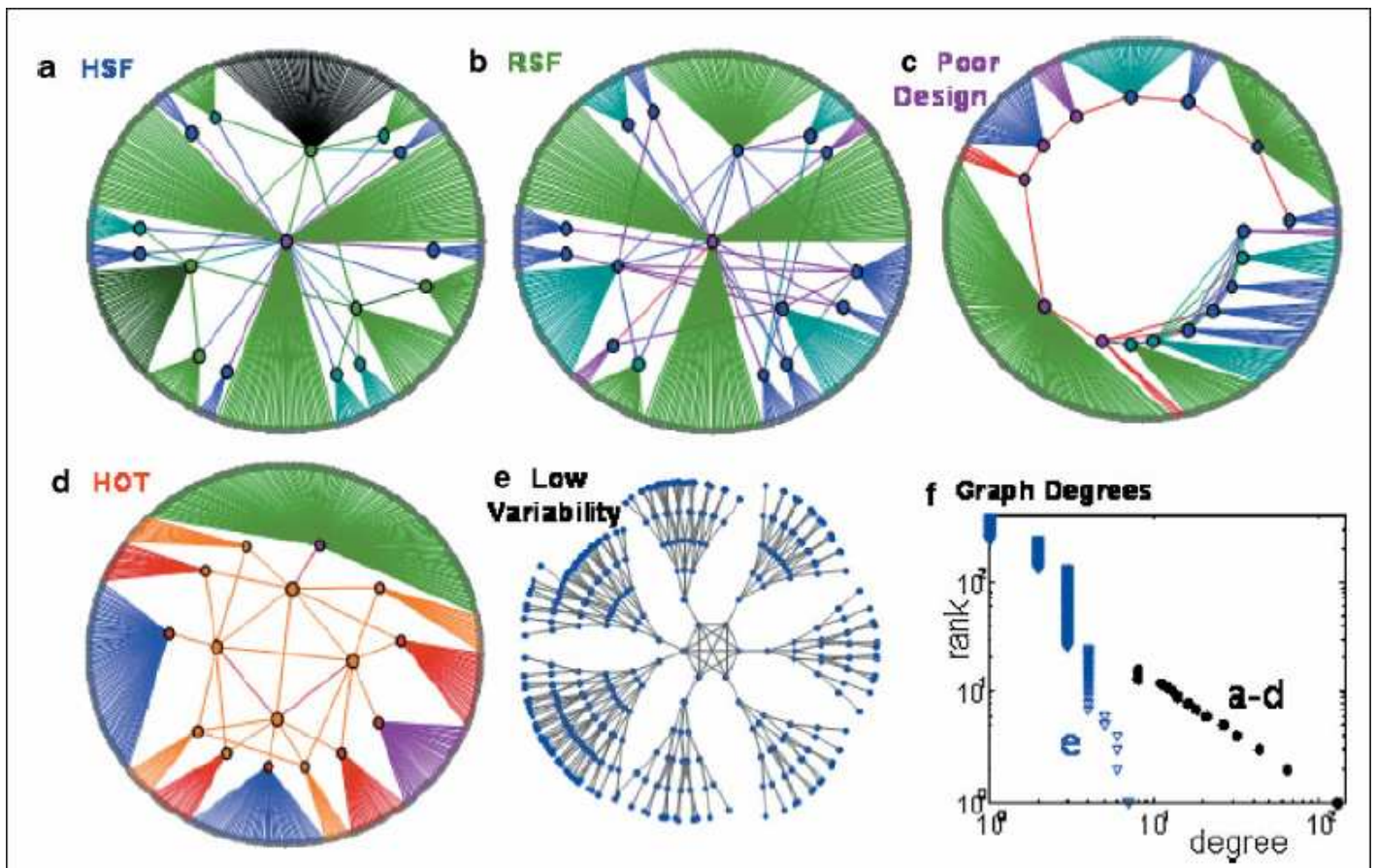


θ :
4-8 Hz

Skálafüggetlen hálózatok

$$P(k) = Ak^{-\gamma} \quad \text{hatványeloszlás} \\ \text{(power-law distribution)}$$

$P(k)$ a k kapcsolattal (élel) rendelkező pontok aránya,
Általában $2 < \gamma < 3$

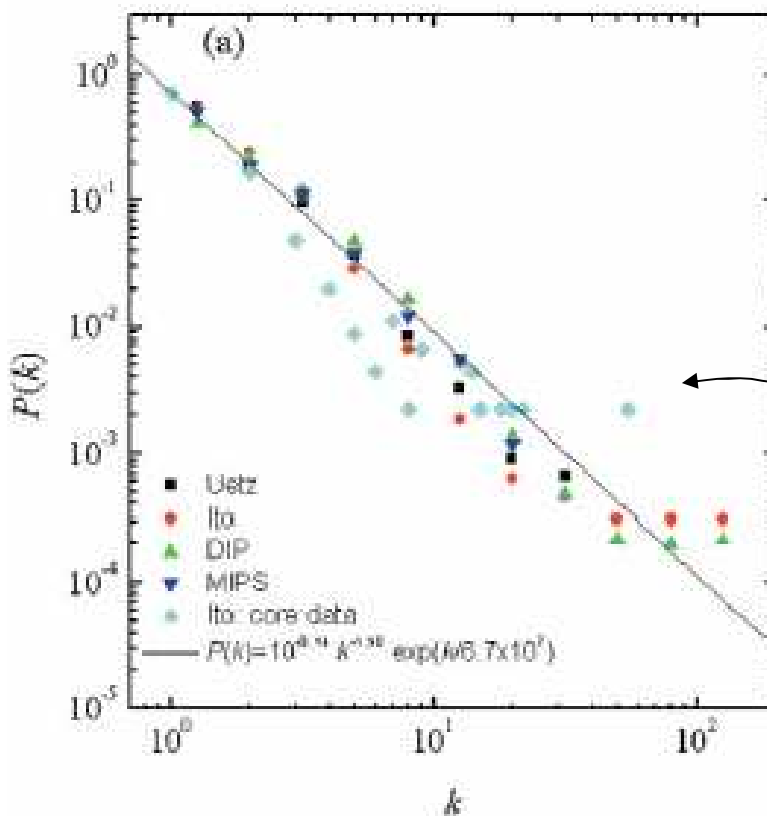
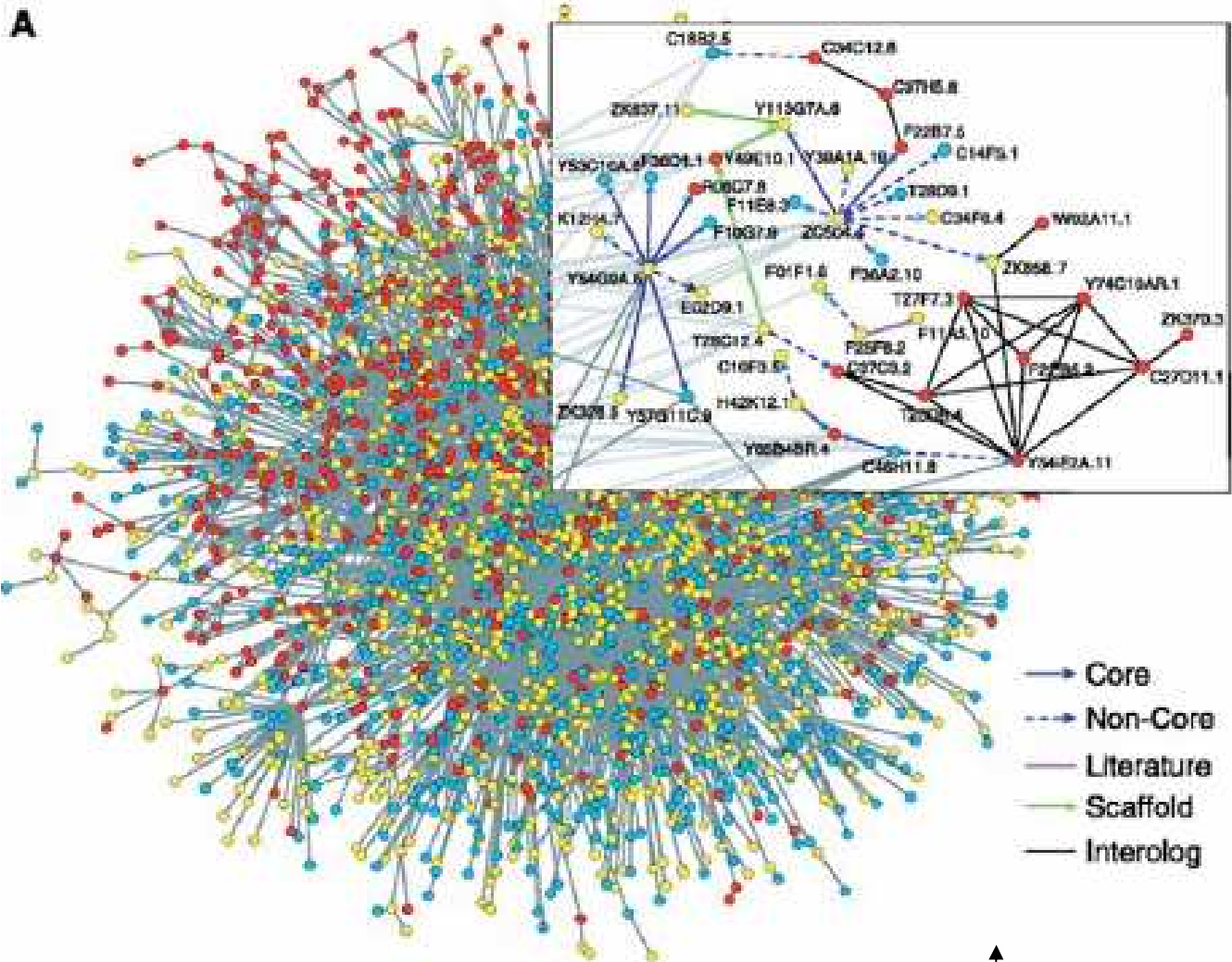


a-d: hatványeloszlást mutató hálózatok
e: véletlen hálózat

Kérdések:

- ilyenek-e a természetben található hálózatok?
- segítenek-e a felismert törvények megérteni őket?

Skálafüggetlen hálózatok



C. elegans fehérje-
fehérje kölcsönhatási
hálózata

Élesztő fehérje-
fehérje kölcsönhatási
hálózatának
jellemzése